



EUROPA-FACHBUCHREIHE
für Kraftfahrzeugtechnik

Rechenbuch Kraftfahrzeugtechnik

Lehr- und Übungsbuch

9. Auflage

Bearbeitet von Gewerbelehrern und Ingenieuren (siehe Rückseite)

Lektorat: Rolf Gscheidle, Studiendirektor, Winnenden-Stuttgart

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsselderger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Europa-Nr.: 20329

Autoren:

Fischer, Richard	Studiendirektor	Polling-München
Gscheidle, Rolf	Studiendirektor	Winnenden-Stuttgart
Heider, Uwe	Kfz-Elektriker-Meister, Trainer Audi AG	Neckarsulm-Oedheim
Hohmann, Berthold	Studiendirektor	Eversberg-Meschede
Keil, Wolfgang	Oberstudiendirektor	München
Mann, Jochen	Dipl.-Gwl. Oberstudienrat	Schorndorf-Stuttgart
Schlögl, Bernd	Dipl.-Gwl. Studiendirektor	Rastatt-Gaggenau
Wimmer, Alois	Oberstudienrat	Remseck-Stuttgart
Wormer, Günter	Dipl.-Ingenieur	Karlsruhe

Leitung des Arbeitskreises und Lektorat:

Rolf Gscheidle, Studiendirektor, Winnenden-Stuttgart

Bildbearbeitung:

Zeichenbüro des Verlags Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, Ostfildern

Vorwort

Das Rechenbuch Kraftfahrzeugtechnik wurde in der 9. Auflage umfassend überarbeitet und durch neue Inhalte ergänzt. Zielgruppen sind auszubildende Kraftfahrzeugmechatroniker/-innen, KFZ-Techniker/-innen und Meister/-innen im Kraftfahrzeugtechnik-Handwerk. Bei diesem Lehr- und Übungsbuch wurden die Erklärungen und Aufgabenstellungen berufsbezogen ausgewählt und an die Erfordernisse der Technik angepasst.

In allen Kapiteln wird der Stoff methodisch entwickelt und mit Beispielen, mehrfarbigen Bildern und grafischen Darstellungen veranschaulicht. Zahlreiche Übungsaufgaben geben dem Schüler/der Schülerin Gelegenheit, das Erlernte an praktischen berufsbezogenen Fällen anzuwenden und zu vertiefen.

Um selbstständiges Lernen und Üben zu fördern, sind zur Kontrolle der Aufgaben nach jedem Aufgabenblock die Lösungen angegeben.

Das Buch ist in 5 Abschnitte gegliedert:

- **Allgemeines Rechnen.** In diesem Kapitel sind mathematische und physikalische Begriffe, Umrechnen von Dezimal, Dual- und Hexadezimalzahlen neu aufgenommen.
- **Technisches Rechnen.** Dieser Abschnitt ist durch aktuelle berufsbezogene Aufgaben ergänzt.
- **Kraftfahrzeugtechnisches Rechnen.** Die Themen Vergleichsleistung, Rollenprüfstand, Einspritzmenge und Lenkung sind neu bearbeitet. Ebenso ist der Bereich Elektrotechnik neu gestaltet und um die Inhalte Frequenz, Blindwiderstände, Spule und Kondensator im Wechselstromkreis, RL- und RC-Siebtschaltungen, Berechnungen zur Diode und Transistor erweitert.
- **Kostenrechnen.** Das Kapitel ist komplett überarbeitet worden.
- **Aufgaben zur Prüfungsvorbereitung.** Die Aufgabensätze zu gemischten Aufgaben wurden aktualisiert und durch neue berufsbezogene Projektaufgaben erweitert.

Größengleichungen nach DIN 1313. Diese Formeln sind im erklärenden Text **ocker** umrahmt.

Zahlenwertgleichungen nach DIN 1313 sind **blau** umrahmt.

Einheitengleichungen sind **schwarz** umrahmt.

Merksätze oder Rechenregeln, die besonders wichtig sind, sind mit **Grünraster** unterlegt.

Das Buch bildet zusammen mit den weiteren Büchern der Fachbuchreihe Kraftfahrzeugtechnik eine Einheit, da alle Werke inhaltlich aufeinander abgestimmt sind.

Im Sommer 2008

Die Autoren des Arbeitskreises Kraftfahrzeugtechnik

9. Auflage 2008

Druck 5 4

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Behebung von Druckfehlern untereinander unverändert sind.

ISBN 978-3-8085-2039-0

Umschlaggestaltung unter Verwendung eines Fotos der Fa. Volkswagen AG, Wolfsburg

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2008 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten

<http://www.europa-lehrmittel.de>

Satz: RKT, 42799 Leichlingen

Druck: Konrad Triltsch Print und digitale Medien GmbH, 97199 Ochsenfurt-Hohestadt

Inhaltsverzeichnis

1	Allgemeines Rechnen	
1.1	Mathematische und physikalische Begriffe	5
1.2	Zahlen und Zahlensysteme	6
1.3	Rechnen mit Zahlengrößen	7
1.4	Umrechnen von Dezimal-, Dual- und Hexadezimalzahlen	8
1.5	Bruchrechnen	11
1.6	Dreisatzrechnen	14
1.7	Prozentrechnen	15
1.8	Zinsrechnen	17
1.9	Rechnen mit dem Taschenrechner	18
1.10	Zeitberechnungen	21
1.11	Winkelberechnungen	22
1.12	Rechnen mit Buchstabengrößen	23
1.13	Rechnen mit Potenzen	28
1.14	Rechnen mit Wurzeln	29
1.15	Gleichungen	30
1.16	Verhältnisgleichungen, Mischungsrechnen	33
1.17	Grafische Darstellungen Schaubilder, Diagramme	34
1.18	Rechnen mit Winkelfunktionen	37
2	Technisches Rechnen	
2.1	Längenberechnungen	43
2.1.1	Längeneinheiten	43
2.1.2	Maßstäbe	44
2.1.3	Längenteilungen	45
2.1.4	Rollen- und Hülsenketten	46
2.1.5	Lehrsatz des Pythagoras	47
2.1.6	Umfang	48
2.1.7	Gestreckte Länge	49
2.1.8	Kegelmaße	50
2.2	Flächenberechnungen	51
2.2.1	Flächeneinheiten	51
2.2.2	Flächenarten	52
2.3	Volumenberechnungen	55
2.3.1	Volumeneinheiten	55
2.3.2	Gleichdicke Körper	56
2.3.3	Spitze Körper	57
2.3.4	Abgestumpfte Körper	58
2.3.5	Kugel	59
2.3.6	Umdrehungskörper (Guldinsche Regel)	60
2.3.7	Zusammengesetzte Körper	60
2.4	Masse und Dichte	61
2.5	Kraft, Gewichtskraft	63
2.6	Darstellung von Kräften	65
2.6.1	Zusammensetzen von Kräften	65
2.6.2	Zerlegen einer Kraft in Teilkräfte	67
2.7	Fliehkraft (Zentrifugalkraft)	69
2.8	Geschwindigkeit, Beschleunigung	70
2.8.1	Gleichförmige Geschwindigkeit, Durchschnittsgeschwindigkeit	70
2.8.2	Umfangsgeschwindigkeit	74
2.8.3	Schnittgeschwindigkeit	75
2.8.4	Beschleunigung, Verzögerung	76
2.8.5	Überholen	80
2.9	Mechanische Arbeit, Energie	83
2.9.1	Mechanische Arbeit	83
2.9.2	Mechanische Energie	84
2.10	Mechanische Leistung	86
2.11	Wirkungsgrad	89
2.12	Drehmoment, Hebel	91
2.13	Auflagerkräfte, Achskräfte	94
2.14	Rollen, Flaschenzüge	97
2.15	Reibung	98
2.16	Festigkeit	101
2.16.1	Zugfestigkeit	101
2.16.2	Druckfestigkeit	102
2.16.3	Scherfestigkeit	102
2.16.4	Flächenpressung	103
2.17	Hydraulik-Pneumatik	104
2.17.1	Druck	104
2.17.2	Hydrostatischer Druck	105
2.17.3	Auftrieb in Flüssigkeiten	105
2.17.4	Hydraulische Kraftübertragung	106
2.17.5	Strömung bei Querschnittsänderung	107
2.17.6	Druck und Volumen von Gasen	108
2.17.7	Druck, Volumen und Temperatur von Gasen	108
2.18	Wärmetechnik	110
2.18.1	Temperatur und Wärme	110
2.18.2	Zustandsänderungen	111
2.18.3	Wärmedehnung	112
2.19	Riementrieb	114
2.19.1	Einfache Übersetzung	114
2.19.2	Doppelte, mehrfache Übersetzung	115
2.20	Zahnradtrieb	117
2.20.1	Einfache Übersetzung	117
2.20.2	Schneckenrieb	117
2.20.3	Doppelte, mehrfache Übersetzung	118
2.20.4	Zahnradabmessungen, Achsabstand	120
2.21	Grenzmaße und Passungen	121
3	Kraftfahrzeugtechnisches Rechnen	
3.1	Berechnungen am Motor	123
3.1.1	Hubraum	123
3.1.2	Verbrennungsraum, Verdichtungs- verhältnis, Verdichtungsraum	124
3.1.3	Verdichtungsänderung	125
3.1.4	Hubverhältnis	127

3.1.5	Motorsteuerung	128	3.4.21	Dämpfung und Verstärkung	216
3.1.6	Kolbengeschwindigkeit	130	3.4.22	Diode	217
3.1.7	Gasgeschwindigkeit	131	3.4.23	Spannungsstabilisierung mit Zenerdioden	218
3.1.8	Pleuelstangenverhältnis	132	3.4.24	Transistor als Verstärker	219
3.1.9	Gasdruck und Kolbenkraft	133	3.4.25	Drehstrom	221
3.1.10	Kräfte am Kurbeltrieb	134	3.4.26	Transformatoren	222
3.1.11	Motorarbeit	135	3.4.27	Starterbatterien	223
3.1.12	Motorleistung	136	3.4.28	Leitungsberechnung	225
3.1.13	Motorprüfstand	140	3.4.29	Zündanlage	227
3.1.14	Vergleichsleistung	141			
3.1.15	Kraftstoffverbrauch, Spezifischer Kraftstoffverbrauch	142	<u>4</u>	<u>Kostenrechnen</u>	
3.1.16	Effektiver Wirkungsgrad, (Nutzwirkungsgrad)	142	4.1	Lohn- und Gehaltsabrechnung	229
3.1.17	Rollenleistungsprüfstand	144	4.2	Kosten- und Leistungsrechnung	231
3.1.18	Kraftstoff-Einspritzmenge	145	4.2.1	Kostenarten	232
3.1.19	Spezifischer Schmierölverbrauch	145	4.2.2	Lohnberechnung	235
3.1.20	Schmieröldurchsatz	145	4.3	Kostenrechnung in der Kfz-Werkstatt ..	237
3.1.21	Kenngrößen von Verbrennungsmotoren	147	4.4	Abschreibung	242
3.1.22	Kraftstoffverbrauch	149	4.5	Kraftfahrzeugkosten, Kilometerkosten ..	244
3.1.23	Luftverhältnis, Luftbedarf Luftverbrauch	151	4.6	Maschinenkosten	246
3.1.24	Angesaugte Luftmenge, Liefergrad, CO ₂ -Emission	152	<u>5</u>	<u>Prüfungsaufgaben – Projektorientiert</u>	
3.1.25	Schmierölverbrauch	153	5.1	Gemischte Aufgaben	248
3.1.26	Wärmeverbrauch und Kühlung des Motors	154	5.1.1	Prozent-, Dreisatz-, Mischungsrechnen ..	248
3.2	Berechnungen am Triebwerk	157	5.1.2	Volumen, Dichte, Masse	249
3.2.1	Kupplung (Reibungskupplung)	157	5.1.3	Wärmetechnik, Energieverbrauch	249
3.2.2	Wechselgetriebe	162	5.1.4	Motor	250
3.2.3	Ausgleichsgetriebe, Ausgleichssperre ..	166	5.1.5	Kraftübertragung	252
3.2.4	Gesamttriebwerk	167	5.1.6	Fahrwerk – Bremsen	254
3.2.5	Äußere Fahrwiderstände	172	5.1.7	Elektrotechnik	256
3.3	Berechnungen am Fahrwerk	177	5.1.8	Kostenrechnen	258
3.3.1	Lenkung	178	5.2	Projektaufgaben	260
3.3.2	Bremsen	183			
3.4	Elektrotechnik-Kraftfahrzeugelektrik ..	192			
3.4.1	Ohmsches Gesetz	192			
3.4.2	Leiterwiderstand	193			
3.4.3	Stromdichte	194			
3.4.4	Widerstand und Temperatur	195			
3.4.5	Spannungsabfall in Leitungen	194			
3.4.6	Reihenschaltung von Widerständen ..	195			
3.4.7	Parallelschaltung von Widerständen ..	198			
3.4.8	Gemischte Schaltungen von Widerständen	199			
3.4.9	Spannungsteiler	201			
3.4.10	Leistung, Arbeit, Wirkungsgrad	203			
3.4.11	Umwandlung von elektrischer Energie in Wärmeenergie	206			
3.4.12	Wechselspannung und Wechselstrom ..	207			
3.4.13	Periodendauer, Frequenz, Wellenlänge	208			
3.4.14	Kondensator	209			
3.4.15	Schaltungen von Kondensatoren	210			
3.4.16	Kapazitiver Blindwiderstand	211			
3.4.17	Induktivität	212			
3.4.18	Induktiver Scheinwiderstand	213			
3.4.19	Zeigerdiagramm	214			
3.4.20	RC- und RL-Siebschaltungen	215			
				<u>Sachwortverzeichnis</u>	<u>270</u>

1 Allgemeines Rechnen

1.1 Mathematische und physikalische Begriffe

Größen, Einheiten, Formelzeichen

Physikalische Größen

Dies sind messbare Eigenschaften von Zuständen und Vorgängen. Eine physikalische Größe ist immer das Produkt aus einem Zahlenwert und einer Einheit.

Länge, Druck, Temperatur, ...

$$l = 5 \text{ m}$$

Zahlenwert Einheit

Basisgrößen

Basisgrößen sind physikalische Grundgrößen von denen andere physikalische Größen abgeleitet werden.

Länge, Masse, Zeit, elektrische Stromstärke, Temperatur, Stoffmenge, Lichtstärke

Basiseinheiten

Basiseinheiten sind internationale Einheiten im Messwesen (Si-Einheiten).

Meter, Kilogramm, Sekunde, Ampere, Kelvin, Mol, Candela

Abgeleitete Größen und deren Einheiten

Sie setzen sich aus Basisgrößen und Basiseinheiten zusammen.

$$\text{Kraft} = \text{Masse} \cdot \text{Beschleunigung}$$

$$1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot 1 \text{ m/s}^2 = 1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2$$

Formelzeichen

Formelzeichen ersetzen Wörter für physikalische Größen und dienen zum Rechnen mit Formeln.

F für Kraft
 m für Masse
 a für Beschleunigung

Koeffizienten

Dies sind Größen, die den Einfluss einer Stoffeigenschaft auf einen physikalischen Vorgang kennzeichnen.

$$c = 4,16 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}$$

(spez. Wärmekapazität von Wasser)

Konstanten

Konstanten sind Zahlenwerte in der Physik oder Mathematik, die bei Berechnungen gleich bleiben.

$$\pi = 3,14159265 \quad (\text{Kreiszahl Pi})$$

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2 \quad (\text{Erdbeschleunigung})$$

Gleichungen

Formeln

Formeln sind physikalische oder technische Gleichungen, die in Form von Formelzeichen angegeben werden.

$$F = m \cdot a$$

Gleichungen

Sie beschreiben die Abhängigkeit von mathematischen oder physikalischen Größen.

$$25 - 8 = 12 + 5$$

$$\text{Drehmoment} = \text{Kraft} \cdot \text{Hebelarm}$$

Einheitengleichungen

Sie stellen die Beziehungen zwischen Einheiten dar.

$$1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ dm}^3 = 1000000 \text{ cm}^3$$

Größengleichungen

Größengleichungen stellen Beziehungen zwischen physikalischen oder technischen Größen dar. Sie sind unabhängig von der gewählten Einheit.

Im vorliegenden Buch sind die Größengleichungen durch einen ockerfarbenen Rahmen gekennzeichnet.

$$v = \frac{s}{t}$$

Zahlenwertgleichungen

Bei diesen Gleichungen sind die Zahlenwerte an die vorgegebenen Einheiten gebunden. Das Ergebnis erhält die gewünschte Einheit nur dann, wenn alle Zahlenwerte in den jeweils vorgeschriebenen Einheiten eingesetzt werden.

Im vorliegenden Buch sind die Zahlenwertgleichungen durch einen blauen Rahmen gekennzeichnet.

$$P = \frac{M \cdot n}{9550}$$

P in kW
 M in Nm
 n in 1/min

1.2 Zahlen und Zahlensysteme

Zahlen

Natürliche Zahlen

Alle geraden und ungeraden Zahlen.

Gerade Zahlen, z.B. 2, 4, 6, 8, 10, ...

Ungerade Zahlen, z.B. 1, 3, 5, 7, 9, ...

Primzahlen

Sie sind nur durch 1 oder sich selbst ohne Rest teilbare natürliche Zahlen.

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, ...

Ganze Zahlen

Alle positiven oder negativen natürlichen Zahlen einschließlich der Null.

Positive ganze Zahlen, z. B. + 1, + 2, ...

Negative ganze Zahlen, z.B. - 1, - 2, ...

Irrationale Zahlen

Alle nichtperiodischen Dezimalzahlen mit unendlich vielen Stellen.

$\sqrt{2} = 1,4142...$ $\sqrt[3]{4} = 1,5874...$
 $\pi = 3,1415927...$

Zahlensysteme

Dezimalsystem

Das Dezimalsystem oder Zehnersystem verwendet zehn Ziffern zur Darstellung von Zahlen.

Ziffern des Dezimalsystems:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Dezimalzahlen/Dezimalbrüche

Dezimalzahlen mit Komma können auch als Dezimalbrüche geschrieben werden.

$0,1 = 1/10$; $7,05 = 705/100$;

$18,003 = 18003/1000$

Dualsystem

Beim Dualsystem, auch Binärsystem genannt, ist die Basis 2. Es werden nur zwei Ziffern (0 und 1) zur Darstellung von Zahlen benutzt.

Dezimal Dual
 1; 2; 3; ... 1; 10; 11; ...
 Beispiel:
 $10 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 1010$

Hexadezimalsystem

Beim Hexadezimalsystem werden zur Darstellung von Zahlen 16 Zeichen verwendet.

Ziffern 0 ... 9 und Buchstaben A ... F

Dezimal Hexadezimal
 0 ... 9 0 ... 9
 10 A
 11 ... 15 B ... F

Vorsätze für Zehnerpotenzen

Vorsatz	Vorsatzzeichen	Faktor	Ausgeschriebene Zahl	Beispiel
Mikro	μ	10^{-6}	0,000 001	$4,7 \cdot 10^{-6} \text{ F} = 4,7 \mu\text{F}$
Milli	m	10^{-3}	0,001	$2,8 \cdot 10^{-3} \text{ bar} = 2,8 \text{ mbar}$
Zenti	c	10^{-2}	0,01	$4,8 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 4,8 \text{ cm}$
Dezi	d	10^{-1}	0,1	$1,45 \cdot 10^{-1} \text{ m} = 1,45 \text{ dm}$
Deka	da	10^1	10	$2,4 \cdot 10^1 \text{ N} = 2,4 \text{ daN}$
Hekto	h	10^2	100	$0,8 \cdot 10^2 \text{ l} = 0,8 \text{ hl}$
Kilo	k	10^3	1000	$4,4 \cdot 10^3 \text{ g} = 4,4 \text{ kg}$
Mega	M	10^6	1 000 000	$3,3 \cdot 10^6 \text{ W} = 3,3 \text{ MW}$

Aufgaben

1 Wandeln Sie nachfolgende Dezimalzahlen in Dezimalbrüche um.

a) 0,25 b) 0,003 c) 4,27 d) 3,0204 e) 113,4 f) 0,876 g) 0,125 h) 0,0000115

2 Ordnen Sie den physikalischen Einheiten die Namen der jeweiligen physikalischen Größe zu.

a) kW b) m c) cm^3 d) A e) J f) N g) kg h) Pa
 i) mm^2 k) V l) kWh m) K n) s o) km/h p) m/s^2 q) Nm

1.3 Rechnen mit Zahlengrößen

Addieren (Zusammenzählen)

Die Reihenfolge der Summanden ist beliebig. Es dürfen nur Größen mit gleicher Einheit addiert werden.

$$5 + 7 = 7 + 5 = 12$$

$$6,83 \text{ m} + 6,5 \text{ m} + 1,22 \text{ m} = 14,55 \text{ m}$$

Subtrahieren (Abziehen)

Die Subtrahenden werden in beliebiger Reihenfolge vom Ausgangswert abgezogen.

Es dürfen nur Größen mit gleicher Einheit subtrahiert werden.

$$20 - 3 - 7 - 5 = 20 - 7 - 5 - 3 = 5$$

$$\begin{array}{l} \text{Subtrahend} \\ \text{Ausgangswert} \end{array}$$

$$13 \text{ m} - 0,2 \text{ m} = 12,8 \text{ m}$$

Multiplizieren (Malnehmen)

Die Reihenfolge der Faktoren ist beliebig. Hat in einer Multiplikation ein Faktor den Wert 0, so ist das Produkt auch 0.

$$5 \cdot 6 \cdot 4 = 6 \cdot 4 \cdot 5 = 120$$

$$13 \cdot 0 = 0$$

$$28 \cdot 0 \cdot 4 = 0$$

Dividieren (Teilen)

Durch 0 darf nicht geteilt werden, da Divisionen durch Null nicht definiert sind.

$$\frac{83}{0} \rightarrow \text{Error}$$

Gemischte Punkt- und Strichrechnung

Punktrechnungen ($\cdot$ und $:$) sind vor Strichrechnungen ($+$ und $-$) durchzuführen.

1. Punktrechnung 2. Strichrechnung

$$\begin{array}{rcl} 9 \cdot 3 & + 6 \cdot 5 & - 4 \cdot 2 = ? \\ 9 \cdot 3 = 27 & + 6 \cdot 5 = 30 & - 4 \cdot 2 = 8 \\ 27 & + & 30 & - & 8 = 49 \end{array}$$

Klammerrechnung

Die in einer Klammer stehenden Werte werden zuerst ausgerechnet.

$$\begin{array}{rcl} 12 (8 + 22) - 4 (6 + 3) & = & ? \\ 12 \cdot 30 & - & 4 \cdot 9 = 324 \end{array}$$

Runden von Zahlen

Ergibt eine Rechnung nach dem Komma mehr Stellen, als es die Genauigkeit verlangt, so wird auf eine bestimmte Stellenzahl auf- oder abgerundet.

Rechnungsbeträge werden auf zwei Stellen hinter dem Komma angegeben.

Abrunden

Ist die Ziffer nach der letzten Stelle – die noch angegeben werden soll – eine 0, 1, 2, 3, 4, so bleibt die noch anzugebende Stelle unverändert.

Die Zahlen 9,652 und 8,7849 sollen auf die zweite Stelle hinter dem Komma gerundet werden.

$$9,652 = 9,65; \quad 8,7849 = 8,78$$

Aufrunden

Ist die Ziffer nach der letzten Stelle – die noch angegeben werden soll – eine 5, 6, 7, 8, 9, so wird die letzte noch anzugebende Ziffer um 1 erhöht.

Die Zahlen 6,28 und 13,4732 sollen auf eine Stelle nach dem Komma gerundet werden.

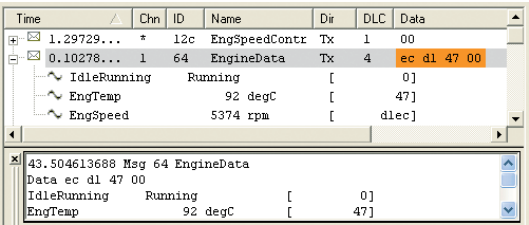
$$6,28 = 6,3; \quad 13,4732 = 13,5$$

Aufgaben

- 1 a) $15 \cdot 2 + 7 \cdot 3 - 12 = ?$ b) $0,785 \cdot 36 + 0,785 \cdot 16 = ?$ c) $127 : 25,4 + 157 : 3,14 = ?$
- 2 a) $(7 + 6) \cdot (5 - 3) = ?$ b) $(12 - 3) \cdot (8 + 12) = ?$ c) $81 \cdot 0,85 - 25 \cdot 0,785 = ?$
- 3 a) $(6,3 + 3,7) \cdot 3 : 5 = ?$ b) $(26,4 - 4,6) : 0,5 - 2 \cdot 4,4 = ?$ c) $169 : 13 - 8 \cdot 0,5 = ?$
- 4 a) $(27 + 3) - 3 \cdot (2,4 + 1,6) = ?$ b) $(6 + 2) \cdot (6 - 2) = ?$ c) $(6 + 2) - (6 + 2) = ?$
- 5 Wandeln Sie in Zehner-Potenzschreibweise um.
 - a) 532 = ? b) 0,4 = ? c) 95 = ? d) 9930000 = ? e) 0,006 = ?
- 6 Wandeln Sie in Dezimalschreibweise um.
 - a) $3,2 \cdot 10^7 = ?$ b) $6 \cdot 10^{-3} = ?$ c) $2,93 \cdot 10^4 = ?$ d) $4,2 \cdot 10^{-6} = ?$ e) $5,62 \cdot 10^3 = ?$
 - f) $7,5 \cdot 10^{-1} = ?$ g) $3,14 \cdot 10^6 = ?$ h) $4,43 \cdot 10^{-9} = ?$ i) $9,564 \cdot 10^2 = ?$ k) $0,5454 \cdot 10^{-3} = ?$

Hexadezimalzahlen (z₁₆)

Sie werden wie die Dualzahlen in der EDV angewendet. Sie dienen dazu, die Lesbarkeit und Übersicht der oft sehr langen Dualzahlen zu verbessern. Dabei wandeln die zur Programmierung und Diagnose verwendeten Softwareprogramme die Dualzahlen für die Anzeige in Hexadezimalzahlen um. Sie werden dann auf dem Computerbildschirm oder Diagnosetester angezeigt (**Bild1**).



Bei diesem Zahlensystem werden neben den Ziffern 0 bis 9 zusätzlich die Buchstaben A bis F verwendet. Das bedeutet der Multiplikator an einer Stelle kann den Wert von 0 bis 15 haben. Somit ist die Basis (B) = 16. Die Multiplikatoren werden an die entsprechende Stelle geschrieben.

Im Allgemeinen werden Hexadezimalzahlen zur besseren Unterscheidung von Dezimalzahlen mit den Buchstaben h, x, H oder hx vor oder nach der Zahl gekennzeichnet.

Mögliche Schreibweisen:

H0EA; h0EA; x0EA; hx0EA; 0EAH, 0EAh; 0EAx; 0EAhx

Wert der Ziffern hexadezimaler Zahlen

Ziffer	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
Wert	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

Hexadezimalzahl mit dem Wert 234

Stelle	3	2	1
Potenz	$16^2 = 256$	$16^1 = 16$	$16^0 = 1$
234 =	0 · 256	+ 14 · 16	+ 10 · 1
Multiplikator	0	14 = E	10 = A

Umwandlung von Dezimalzahlen in Hexadezimalzahlen

Die Dezimalzahl wird durch die höchstmögliche Potenz der Basis B = 16 dividiert. Der verbleibende Rest wird wiederum durch die höchstmögliche Potenz der Basis B = 16 dividiert, usw.

Beispiel

Die Dezimalzahl 51966 ist in eine Hexadezimalzahl umzuwandeln.

Mögliche Schreibweisen:

HCAFE; hCAFE; xCAFE; hxCAFE; CAFEH; CAFeh; CAFEx; CAFehx

Umwandlung der Dezimalzahl z₁₀ = 51966 in eine Hexadezimalzahl

16er Potenzen	16^3	16^2	16^1	16^0
51966 : $16^3 = 12$				
= C (Rest 2814)	C			
2814 : $16^2 = 10$				
= A (Rest 254)		A		
254 : $16^1 = 15$				
= F (Rest 14)			F	
14 : $16^0 = 14$				
= E (Rest 0)				E
Ergebnis: z ₁₆ =	C	A	F	E

Umwandlung von Hexadezimalzahlen in Dezimalzahlen

Die 16er-Potenz der entsprechenden Stelle wird mit dem Multiplikator 0 bis 15 multipliziert. Die errechneten Werte der Stellen werden danach addiert.

Beispiel

Die Hexadezimalzahl **5AC** ist in eine Dezimalzahl (z₁₀) umzuwandeln.

Dezimalwert der Hexadezimalzahl 5AC

Stelle	3	2	1
Potenz	$16^2 = 256$	$16^1 = 16$	$16^0 = 1$
Multiplikator	5	A = 10	C = 12
z ₁₀ =	5 · 16²	10 · 16¹	12 · 16⁰
z ₁₀ =	1280	+ 160	+ 12
z ₁₀ =	1452		

Umwandlung von Dualzahlen in Hexadezimalzahlen

Die Umwandlung wird durch die Einteilung der Dualzahlen in Tetraden/Nipples wesentlich vereinfacht. Bei Tetraden werden vier Stellen der Dualzahlen von rechts beginnend zusammengesetzt.

Danach wird der Wert jeder Tetrade in eine Stelle der Hexadezimalzahl umgewandelt. Das bedeutet, dass sich eine Stelle einer Hexadezimalzahl aus vier Stellen einer Dualzahl zusammensetzt.

Beispiel

Die Dualzahl **11010011** ist in eine Hexadezimalzahl umzuwandeln.

Umwandlung der Dualzahl $z_2 = 11010011$ in eine Hexadezimalzahl

$z_2 =$

1101 0011			
1101		0011	
Tetrade 2		Tetrade 1	

Wert:

$1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$ $= 13 = D$	$0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$ $= 3$
---	--

Ergebnis:

$z_{16} =$	D 3
------------	------------

Umwandlung von Hexadezimalzahlen in Dualzahlen

Jede Stelle der Hexadezimalzahl wird in vier Stellen (Tetraden) der Dualzahl umgewandelt und in der gleichen Reihenfolge geschrieben.

Beispiel

Die Hexadezimalzahl **CD** ist in eine Dualzahl umzuwandeln. C entspricht dem Multiplikator 12 und D dem Multiplikator 13.

Umwandlung der Hexadezimalzahl $z_{16} = CD$ in eine Dualzahl

$z_{16} =$	C = 12	D = 13
	$12 : 2^3 = 1 \text{ (Rest 4)}$ $4 : 2^2 = 1 \text{ (Rest 0)}$ $0 : 2^1 = 0$ $0 : 2^0 = 0$	$13 : 2^3 = 1 \text{ (Rest 5)}$ $5 : 2^2 = 1 \text{ (Rest 1)}$ $1 : 2^1 = 0 \text{ (Rest 1)}$ $1 : 2^0 = 1 \text{ (Rest 0)}$
Tetrade	1100	1101

Ergebnis: $z_2 =$ **1100 1101**

Aufgaben

- Die Dezimalzahlen sind in Dualzahlen sowie Hexadezimalzahlen umzuwandeln.
a) 24 b) 48 c) 255 d) 45054
- Die Dualzahlen sind in Dezimalzahlen sowie Hexadezimalzahlen umzuwandeln.
a) 100 b) 1010 c) 11101 d) 11010111
- Die Hexadezimalzahlen sind in Dezimalzahlen und Dualzahlen umzuwandeln.
a) 68h b) A0h c) 96h d) FFh
- Über ein Datenbussystem im Kraftfahrzeug wird die Information „Motordrehzahl“ übertragen. Der Computer zeigt beim Auslesen der aktuellen Motordrehzahl die Zahl 315h an.
a) Wie hoch ist die aktuelle Drehzahl?
b) Welche Dualzahl wird tatsächlich in Form von Bits auf dem Datenbus übertragen?
- Sie lesen eine Botschaft, die verschiedene Schalterzustände angibt, mit Hilfe einer Diagnosesoftware für Datenbussysteme aus. Die Software stellt die Inhalte der Botschaft anhand von Hexadezimalzahlen dar (**Bild 1**). Ermitteln Sie für das im Bild rot gekennzeichnete Datenbyte (8 Bit) mit Hilfe der Tabelle, welcher Schalter im Moment der Messung eingeschaltet war (Wert 1 = EIN).

Bild 1

22.5767 1 411 Rx d 6 **11** 02 00 08 00 00

Stelle	8	7	6	5	4	3	2	1
Schalter	Tipp- wischen	Wischer Stufe 1	Wischer Stufe 2	Wischer Intervall	Blinken links	Blinken rechts	Fern- licht	Licht- hupe

Lösungen

11000; 18; 110000; 30; 11111111; FF; 1010111111111110; AF FE / 4; 4; 10; A; 29; 1D; 215; D7 / 104; 1101000; 160; 10100000; 150; 10010110; 255; 11111111 / 789; 1100010101 / Wischerintervall, Lichthupe

1.5 Bruchrechnen

Teilt man ein Ganzes – dargestellt durch eine Kreisfläche – in 8 gleiche Teile, so ist jedes dieser Teile ein Achtel.

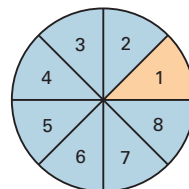
Dafür schreibt man $\frac{1}{8}$.

Der Zähler zählt die Teilstücke. Er gibt also an, wie viele Teilstücke vorhanden sind.

Der Nenner benennt die Teilung des Ganzen. Er gibt also an, in wie viele Teile das Ganze zu teilen ist.

Der waagrechte (–) oder der schräge (/) Bruchstrich trennt Zähler und Nenner. Bruchstriche können auch durch das Teilungszeichen (:) ersetzt werden.

Jeder Bruch ist eine Umschreibung einer Teilung (Division) und wird als Quotient bezeichnet.



$$\text{Bruch} = \frac{\text{Zähler}}{\text{Nenner}} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{8} = 1/8 = 1 : 8$$

Arten von Brüchen

Echter Bruch.

Der Nenner ist größer als der Zähler.

Unechter Bruch.

Der Zähler ist größer als der Nenner.

Gemischte Zahl.

Sie besteht aus einer ganzen Zahl und einem Bruch.

Gleichnamige Brüche.

Sie haben gleiche Nenner.

Ungleichnamige Brüche.

Sie haben unterschiedliche Nenner.

$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{7}{8}$
$\frac{4}{3}$	$\frac{8}{5}$	$\frac{16}{7}$
$3\frac{1}{2}$	$1\frac{2}{5}$	$6\frac{3}{8}$
$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{3}{4}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{4}{9}$

Rechnen mit Brüchen

Erweitern von Brüchen

Erweitern eines Bruches heißt, Zähler und Nenner mit der gleichen Zahl zu multiplizieren. Dabei ändert sich der Wert des Bruches nicht.

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 2} = \frac{6}{8}$$

Kürzen von Brüchen

Kürzen eines Bruches heißt, Zähler und Nenner durch die gleiche Zahl zu dividieren. Dabei ändert sich der Wert des Bruches nicht.

Bestehen Zähler oder Nenner aus einer Summe oder einer Differenz, dann werden diese vor dem Kürzen berechnet.

$$\frac{48 + 13 - 16}{68 - 9 + 31} = \frac{45}{90} = \frac{45 : 45}{90 : 45} = \frac{1}{2}$$

Addieren und Subtrahieren von Brüchen

Bei gleichnamigen Brüchen sind die Zähler zu addieren bzw. zu subtrahieren.

Bei ungleichnamigen Brüchen ist vor dem Addieren oder Subtrahieren der Hauptnenner zu suchen, d.h. die Brüche sind gleichnamig zu machen.

Als Hauptnenner verwendet man das kleinste gemeinsame Vielfache, in dem alle Nenner der zu addierenden oder zu subtrahierenden Brüche enthalten sind.

Dazu sind alle Brüche auf den Hauptnenner zu erweitern.

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{4} - \frac{1}{4} = \frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{3}{5} = ? \quad \text{Hauptnenner: } 3 \cdot 5 = 15$$

$$\frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{5}{15}; \quad \frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{9}{15}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{3}{5} = \frac{5}{15} + \frac{9}{15} = \frac{14}{15}$$

Multiplizieren von Brüchen

Bruch mit ganzer Zahl

Ein Bruch wird mit einer ganzen Zahl multipliziert, indem man den Zähler des Bruches mit der ganzen Zahl multipliziert. Der Nenner des Bruches bleibt unverändert.

$$\frac{3}{10} \cdot 7 = \frac{3 \cdot 7}{10} = \frac{21}{10} = 2 \frac{1}{10}$$

Bruch mit Bruch

Ein Bruch wird mit einem Bruch multipliziert, indem man Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multipliziert.

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{7}{4} = \frac{3 \cdot 7}{5 \cdot 4} = \frac{21}{20} = 1 \frac{1}{20}$$

Gemischte Zahl mit ganzer Zahl

Die gemischte Zahl wird zuerst in einen unechten Bruch verwandelt und dann der Zähler mit der ganzen Zahl multipliziert.

$$4 \frac{1}{2} \cdot 3 = \frac{9}{2} \cdot 3 = \frac{27}{2} = 13 \frac{1}{2}$$

Dividieren von Brüchen

Bruch durch ganze Zahl

Ein Bruch wird durch eine ganze Zahl dividiert, indem man den Nenner mit der ganzen Zahl multipliziert oder den Zähler durch die ganze Zahl dividiert.

$$\frac{8}{9} : 4 = \frac{8}{9 \cdot 4} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9} \quad \text{oder}$$

$$\frac{8}{9} : 4 = \frac{8 : 4}{9} = \frac{2}{9}$$

Bruch durch Bruch

Ein Bruch wird durch einen Bruch dividiert, indem man den ersten Bruch mit dem Kehrwert (reziproken Wert) des zweiten Bruches multipliziert.

$$\frac{5}{8} : \frac{3}{7} = \frac{5}{8} \cdot \frac{7}{3} = \frac{35}{24} = 1 \frac{11}{24}$$

Lösung von Doppelbrüchen

Zählerbruch wird durch Nennerbruch dividiert (siehe „Bruch durch Bruch“).

Der Zählerbruch wird mit dem Kehrwert des Nennerbruches multipliziert.

$$\frac{\frac{4}{7}}{\frac{2}{5}} = \frac{4}{7} \cdot \frac{5}{2} = \frac{4 \cdot 5}{7 \cdot 2} = \frac{20}{14} = \frac{10}{7} = 1 \frac{3}{7}$$

Dezimalbrüche

Dezimalbrüche sind Brüche mit den Nennern 10, 100, 1000. Sie können stets auch als Dezimalzahlen geschrieben werden.

$$\frac{9}{10} = 0,9; \quad \frac{3}{100} = 0,03; \quad \frac{7}{1000} = 0,007$$

Verwandeln von Brüchen

Bruch in Dezimalbruch

Ein Bruch wird in einen Dezimalbruch verwandelt, indem man den Zähler durch den Nenner dividiert und somit eine Dezimalzahl erhält. Diese verwandelt man dann in einen Dezimalbruch.

$\frac{1}{2}$	=	1 : 2	=	0,5	=	$\frac{5}{10}$
Bruch		Division		Dezimalzahl		Dezimalbruch

Endlicher Dezimalbruch in Bruch

Ein endlicher Dezimalbruch wird in einen Bruch verwandelt, indem man in den Zähler alle Ziffern nach dem Komma schreibt und in den Nenner eine 1 mit so vielen Nullen, wie der Zähler Stellen hat.

$$0,12 = \frac{12}{100} = \frac{3}{25}$$

$$0,285 = \frac{285}{1000} = \frac{57}{200}$$

Aufgaben

Addieren und Subtrahieren von Brüchen

- 1 a) $\frac{1}{4} + \frac{3}{4} - \frac{2}{4}$ b) $\frac{3}{8} + \frac{7}{8} + \frac{1}{8} - \frac{5}{8}$ c) $\frac{5}{2} + \frac{3}{2} + \frac{1}{2} - \frac{7}{2}$
- 2 a) $\frac{3}{24} + \frac{3}{4}$ b) $\frac{157}{5} + \frac{20}{25}$ c) $\frac{18}{60} + \frac{21}{72}$
- 3 a) $\frac{1}{6} + \frac{3}{12} + \frac{5}{6}$ b) $\frac{3}{4} + \frac{4}{7} + \frac{5}{9}$ c) $\frac{4}{7} + \frac{3}{5} + \frac{7}{8}$
- 4 a) $\frac{4}{11} + \frac{3}{5} + \frac{4}{9}$ b) $\frac{7}{8} - \frac{2}{7} - \frac{1}{4}$ c) $\frac{11}{13} - \frac{1}{4} + \frac{3}{8}$
- 5 a) $\frac{96}{12} - \frac{40}{45} + 3$ b) $\frac{91}{70} + \frac{210}{35} - \frac{3}{10}$ c) $6 \frac{11}{17} - \frac{16}{19}$
- 6 a) $\frac{85}{6} - \frac{134}{85}$ b) $\frac{18}{4} + \frac{127}{5} - 7 \frac{1}{2}$ c) $\frac{104}{23} - \frac{34}{10} + 1 \frac{3}{5}$
- 7 a) $6 \frac{12}{13} + 4 \frac{7}{9}$ b) $5 \frac{2}{3} - 2 \frac{5}{9} + 3 \frac{7}{8}$ c) $\frac{27}{6} + \frac{43}{13} - \frac{22}{7}$

Multiplizieren und Dividieren von Brüchen

- 8 a) $\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{7}$ b) $\frac{9}{11} \cdot \frac{22}{7}$ c) $\frac{1}{3} \cdot \frac{7}{8} \cdot \frac{2}{3}$
- 9 a) $\frac{7}{9} \cdot 3 \frac{1}{2}$ b) $2 \frac{1}{5} \cdot \frac{4}{3}$ c) $4 \frac{2}{3} \cdot 3 \frac{3}{4}$
- 10 a) $\left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4}\right) \cdot \frac{1}{3}$ b) $7 \cdot \left(\frac{4}{2} - \frac{1}{3}\right)$ c) $\left(\frac{3}{10} + \frac{1}{4}\right) \cdot 6$
- 11 a) $\frac{4}{5} : \frac{3}{7}$ b) $\frac{4}{5} : 6$ c) $\frac{3}{14} : 10$
- 12 a) $9 \frac{1}{2} : 2 \frac{3}{4}$ b) $1 \frac{1}{6} : 7$ c) $\frac{31}{54} : 1 \frac{1}{7}$

Doppelbrüche

- 13 a) $\frac{\frac{3}{16}}{\frac{5}{7}}$ b) $\frac{2 \frac{3}{4}}{\frac{3}{5}}$ c) $\frac{\frac{4}{9}}{\frac{21}{5}}$ d) $\frac{\frac{7}{9}}{\frac{2}{3}}$ e) $\frac{\frac{5}{7}}{\frac{6}{3}}$ f) $\frac{3 \frac{4}{7}}{1 \frac{7}{11}}$

Gemischte Bruchrechnungsaufgaben

- 14 a) $\frac{26}{5} + \frac{8}{2} - \frac{11}{5} : \frac{3}{5}$ b) $0,42 : \frac{3}{9} + \frac{5}{13} \cdot 0,7$ c) $6 \frac{2}{3} + 0,75 - 3 \frac{3}{8} + 2,25 : \frac{5}{7}$
- 15 a) $7 \frac{3}{5} + 7 \cdot \frac{3}{5}$ b) $4 \frac{3}{7} : \left(2 \cdot \frac{3}{7}\right)$ c) $\frac{24}{51} : \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{7}\right)$

Umwandlung in Dezimalbrüche

- 16 $\frac{3}{4}, \frac{7}{8}, \frac{9}{16}, \frac{20}{25}, 2 \frac{1}{2}, \frac{6}{25}, 4 \frac{2}{5}, \frac{5}{4}, \frac{127}{5}, \frac{157}{50}$

Umwandlung in Brüche

- 17 0,4; 0,07; 0,25; 0,003; 4,270; 3,0204; 113,4; 0,875; 0,72; 0,125

1.6 Dreisatzrechnen

Bei Dreisatzrechnungen wird aus drei bekannten Größen eine vierte unbekannte Größe berechnet. Beim einfachen Dreisatz besteht der Rechenweg aus drei Schritten:

1. Behauptungssatz

2. Mittelsatz

3. Schlussatz

Bei Dreisatzaufgaben unterscheidet man zwischen direkten (geraden) und umgekehrten Verhältnissen.

Direkter Dreisatz

Beispiel 1

Was kosten 40 Schrauben, wenn 72 Stück 27,00 € kosten?

1. 72 Schrauben kosten 27,00 €
2. 1 Schraube kostet $\frac{27,00 \text{ €}}{72}$
3. 40 Schrauben kosten $\frac{27,00 \text{ €} \cdot 40}{72} = 15,00 \text{ €}$

Beide Zahlenangaben nehmen zu oder ab.

Je größer, desto größer

oder

Je kleiner, desto kleiner

Umgekehrter Dreisatz

Beispiel 2

6 Arbeiter brauchen 180 Stunden zur Fertigstellung einer Arbeit. Wie lange brauchen 9 Arbeiter dazu?

1. 6 Arbeiter brauchen 180 h
2. 1 Arbeiter braucht 180 h · 6
3. 9 Arbeiter brauchen $\frac{180 \text{ h} \cdot 6}{9} = 120 \text{ h}$

Eine Zahlenangabe des Behauptungssatzes nimmt zu, während die andere abnimmt.

Je größer, desto kleiner

oder

Je größer, desto kleiner

Mehrfacher Dreisatz

Beispiel 3

60 Werkstücke werden von 4 Arbeitern in 5 Tagen hergestellt. Wie lange brauchen 6 Arbeiter zur Herstellung von 72 Werkstücken?

1. 4 Arbeiter fertigen 60 Werkstücke in 5 Tagen
2. 1 Arbeiter fertigt 60 Werkstücke in 4 · 5 Tagen
3. 6 Arbeiter fertigen 60 Werkstücke in 4 · 5 Tagen/6
4. 6 Arbeiter fertigen 1 Werkstück in 4 · 5 Tagen/6 · 60
5. 6 Arbeiter fertigen 72 Werkstücke in $\frac{4 \cdot 5 \text{ Tagen} \cdot 72}{6 \cdot 60} = 4 \text{ Tagen}$

Bei einem Dreisatz sind mehrere Größen zu berechnen.

1. Dreisatz

Er setzt sich aus mindestens 2 Schlussätzen zusammen.

2. Dreisatz

Aufgaben

- 1 5 Reifen kosten 727,70 €. Wie viel kosten 2 Reifen?
- 2 3,5 l Öl kosten 22,40 €. Wie viel kosten 2,8 l Öl?
- 3 Ein Kraftfahrzeug fährt in 2 Minuten 2,3 km. Wie viel Kilometer fährt es in einer Stunde?
- 4 Ein Motor verbraucht 2,5 l Kraftstoff in 0,3 h. Wie lange läuft der Motor mit 17,3 l Kraftstoff?
- 5 Ein Pkw braucht 33 l Kraftstoff für 425 km. Wie viel Liter Kraftstoff werden für 260 km benötigt?
- 6 Ein Behälter mit einem Fassungsvermögen von 12 000 l wird in 1,8 Stunden gefüllt. Wie lange dauert die Füllung eines 8000-Liter-Behälters?
- 7 38,25 Liter Benzin-Öl-Mischung enthalten 0,75 l Öl. Wie viel Öl muss bei gleichem Mischungsverhältnis in 25,5 l Benzin-Öl-Mischung enthalten sein?
- 8 Für eine Steigung von 8 km Länge benötigt ein Lkw 15 Minuten. Welche Zeit wird bei einer gleichen Steigung von 22 km Länge benötigt?
- 9 Ein Kfz fährt mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 80 km/h von Ulm nach Stuttgart in 1,12 Stunden. Wie lange dauert die Fahrt bei einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 85 km/h?
- 10 7 Lkw fahren in 9 Stunden 378 Tonnen Kies zu einer Baustelle. Wie viel Tonnen Kies können von 5 Lkw in 12 Stunden gefahren werden?

Lösungen

291,08 € / 17,92 € / 69 km / 2,08 h / 20,19 l / 1,2 h / 0,5 l / 41,25 min / 1,054 h / 360 t

1.7 Prozentrechnen

Prozentrechnung (%). Sie ist eine Vergleichsrechnung. Dabei entspricht ein Ganzes 100 %.

Grundwert G. Er bezieht sich immer auf das Ganze, d. h. auf 100 %. Der Grundwert ist meist eine Zahl mit Einheit.

Prozentwert P. Er ist die mit dem Grundwert zu vergleichende Zahl mit gleicher Einheit wie der Grundwert.

Prozentsatz p. Er gibt an, wie viel Hundertstel vom Grundwert zu nehmen sind.

Promillerechnung (‰). Sie ist wie die Prozentrechnung eine Vergleichsrechnung. Ein Ganzes entspricht 1000 ‰.

Endwert E. Er ist der um den Prozentwert verminderte Grundwert $E_{\min}$ oder erhöhte Grundwert $E_{\max}$.

% **Prozent**

G **Grundwert**

P **Prozentwert**

p **Prozentsatz**

‰ **Promille**

$E_{\min}$ **Endwert vermindert**

$E_{\max}$ **Endwert vermehrt**

Beispiel 1

Ein Werkstück wiegt 6,4 kg, das Rohteil 7,2 kg. Wie groß ist der Verschnitt in Prozent bezogen auf das Fertigteil?

Gegeben: $P = 7,2 \text{ kg} - 6,4 \text{ kg} = 0,8 \text{ kg}$; $G = 6,4 \text{ kg}$

Gesucht: p in %

Lösung
$$p = \frac{100 \cdot P}{G} = \frac{100 \% \cdot 0,8 \text{ kg}}{6,4 \text{ kg}} = 12,5 \%$$

$$\text{Prozentsatz} = \frac{100 \times \text{Prozentwert}}{\text{Grundwert}}$$

$$p = \frac{100 \cdot P}{G}$$

Beispiel 2

Beim Kauf eines Mofas wird ein Nachlass von 168,00 € gewährt.

Das sind 12 % des Listenpreises. Wie hoch ist der Listenpreis?

Gegeben: $P = 168,00 \text{ €}$; $p = 12 \%$

Gesucht: G in €

Lösung
$$G = \frac{100 \cdot P}{p} = \frac{100 \% \cdot 168,00 \text{ €}}{12 \%} = 1400,00 \text{ €}$$

$$\text{Grundwert} = \frac{100 \times \text{Prozentwert}}{\text{Prozentsatz}}$$

$$G = \frac{100 \cdot P}{p}$$

Beispiel 3

25 l Kraftstoff-Öl-Mischung enthalten 1,96 % Öl. Wie viel Liter Öl sind dies?

Gegeben: $G = 25 \text{ l}$; $p = 1,96 \%$

Gesucht: P in l

Lösung
$$P = \frac{G \cdot p}{100} = \frac{25 \text{ l} \cdot 1,96 \%}{100 \%} = 0,49 \text{ l}$$

$$\text{Prozentwert} = \frac{\text{Grundwert} \times \text{Prozentsatz}}{100}$$

$$P = \frac{G \cdot p}{100}$$

Beispiel 4

Nach einer Preiserhöhung um 5 % kostet ein Reifen 115,50 € (vermehrter Wert). Wie hoch war der alte Listenpreis?

Gegeben: $p = 5 \%$; $E_{\max} = 115,00 \text{ €}$

Gesucht: G in €

Lösung
$$G = \frac{100 \cdot E_{\max}}{100 + p} = \frac{100 \% \cdot 115,50 \text{ €}}{100 \% + 5 \%} = 110,00 \text{ €}$$

$$\text{Grundwert} = \frac{100 \times \text{Endwert vermehrt}}{100 + \text{Prozentsatz}}$$

$$G = \frac{100 \cdot E_{\max}}{100 + p}$$

Beispiel 5

Nach Abzug von 35 % beträgt der Nettolohn 1625,00 € (verminderter Wert). Wie groß war der Bruttolohn?

Gegeben: $p = 35 \%$; $E_{\min} = 1625,00 \text{ €}$

Gesucht: G in €

Lösung
$$G = \frac{100 \cdot E_{\min}}{100 - p} = \frac{100 \% \cdot 1625,00 \text{ €}}{100 \% - 35 \%} = 2500,00 \text{ €}$$

$$\text{Grundwert} = \frac{100 \times \text{Endwert vermindert}}{100 - \text{Prozentsatz}}$$

$$G = \frac{100 \cdot E_{\min}}{100 - p}$$

Aufgaben

- 1 Berechnen Sie die fehlenden Werte:

Aufgabe	Grundwert <i>G</i>	Prozentwert <i>P</i>	Prozentsatz <i>p</i>
a	480 €	30 €	? %
b	36 min	5,5 min	? %
c	6000 m	48 m	? %
d	5,3 kg	? kg	22,5 %
e	780 km	? km	18 %
f	6,8 m	? m	7,5 %
g	? kW	46,75 kW	85 %
h	? l	455 l	13 %

- 2 Vergrößern Sie die Zahl 50 um 10% und verkleinern Sie das Ergebnis um 10%.
- 3 Die Fertigungszeit für ein Werkstück wird von 21 Minuten auf 18 Minuten gesenkt. Wie groß ist die Zeitersparnis in Prozent?
- 4 Bei Barzahlung von 394,00 € erhält der Kunde 2% Skonto. Welcher Betrag ist zu zahlen?
- 5 Ein Gebrauchtwagen wird 30% unter seinem Neupreis (30500,00 €) verkauft. Wie hoch ist der Verkaufspreis?
- 6 Eine Werkstatteinrichtung im Werte von 0,6 Mio. € wird versichert. Wie hoch ist die Jahresprämie in €, wenn sie 2,2% des Wertes der Werkstatteinrichtung beträgt?
- 7 Eine Stange Lötzinn von 0,45 kg besteht aus 60% Zinn und 40% Blei. Wie viel kg Zinn und wie viel kg Blei enthält die Legierung?
- 8 Eine Rückleuchte kostet bei einem Rabatt von 22% noch 80,98 €. Wie hoch ist der Listenpreis?
- 9 Durch Teilzahlung erhöht sich der Preis eines gebrauchten Kfz von 12900,00 € auf 13984,00 €. Wie viel Prozent des Preises beträgt der Aufschlag?

- 10 Der Preis von 1 Liter Kraftstoff wird von 1,39 € um 3,6% erhöht. Wie viel kostet 1 Liter Kraftstoff nach der Preiserhöhung?
- 11 Ein Werkstück wiegt 23 kg, das Rohteil 26,5 kg. Wie groß ist der Verschnitt in Prozent?
- 12 Der Verkaufspreis eines Kfz wird von 21000,00 € um 6% gesenkt. Wie hoch ist der neue Verkaufspreis?
- 13 Ein Kfz-Reifen soll mit 11,76 € Gewinn, das sind 12% des Verkaufspreises, verkauft werden. Wie viel kostet der Reifen?
- 14 Bei Barkauf eines Rollers werden 3% Skonto vom Listenpreis (3429,00 €) gewährt. Bei Ratenzahlung sind je Monat 1% Zins vom Listenpreis zu zahlen.
- a) Wie groß ist der Preis bei Barzahlung?
- b) Wie groß ist der Preis bei Ratenzahlung in 6 Monaten?
- c) Welcher Preisunterschied besteht zwischen Bar- und Ratenzahlung?
- 15 Ein Kfz-Mechatroniker hat einen Brutto-Stundenlohn von 16,00 €. Wie hoch ist sein Stundenlohn nach einer Lohnerhöhung von 3,4%?
- 16 In einer Werkstatt sind 8 Kfz-Mechatroniker mit je 38 h je Woche (5 Arbeitstage) beschäftigt. Die reinen Bruttolohnkosten betragen 8624,00 € pro Woche. Aufgrund zusätzlicher Arbeit werden zwei weitere Kfz-Mechatroniker eingestellt. Wie hoch sind die durchschnittlichen Bruttolohnkosten in einem Monat mit 22 Arbeitstagen?
- 17 Zwei Behälter haben ein Fassungsvermögen von 10 m³ bzw. 20 m³; sie enthalten 6 m³ bzw. 8 m³ Flüssigkeit. Zu wie viel Prozent ist das Fassungsvermögen jeweils ausgenutzt?

Lösungen

49,5 / 14,28 % / 386,12 € / 21350,00 € / 1320,00 € / 0,27kg; 0,18 kg / 103,82 € / 8,40 % / 1,44 € / 15,2 % / 19740,00 € / 98,00 € / 3326,13 €; 3634,74 €; 308,61 € / 16,54 € / 47432,00 € / 60 %; 40 %

1.8 Zinsrechnen

Zinsen werden üblicherweise für geliehenes oder verliehenes Geld (Kapital) berechnet.

Die Höhe des Zinssatzes errechnet sich aus dem **Kapital** k , dem **Zinssatz** p (Zinsfuß, Prozentsatz) und der **Zeitdauer** t (Jahre, Monate, Tage). Der Zinssatz wird üblicherweise auf ein Jahr (p.a., per anno) bezogen. Bei Zinsrechnungen nimmt man ein Jahr zu 360 Tagen und einen Monat zu 30 Tagen an.

Beispiel 1

Ein Kapital von 15 000,00 € wird 80 Tage (d) lang zu einem Zinssatz von 8,5% verzinst. Wie hoch sind die Zinsen?

Gegeben: $k = 15\,000,00$ €; $p = 8,5\%$; $t = 80$ d

Gesucht: z in €

Lösung

$$z = \frac{k \cdot p \cdot t}{100 \cdot 360} = \frac{15\,000,00 \text{ €} \cdot 8,5\% \cdot 80 \text{ d}}{100\% \cdot 360 \text{ d}} = \mathbf{283,33 \text{ €}}$$

Beispiel 2

Ein Kapital von 3 000,00 € bringt nach 42 Monaten Zinsen in Höhe von 336,00 €. Wie hoch ist der Zinssatz?

Gegeben: $k = 3\,000,00$ €; $t = 42$ Monate $\cdot$ 30 Tage/Monat = 1 260 d

$z = 336,00$ €

Gesucht: p in %

Lösung

$$p = \frac{100 \cdot 360 \cdot z}{k \cdot t} = \frac{100\% \cdot 360 \text{ d} \cdot 336,00 \text{ €}}{3\,000,00 \text{ €} \cdot 1\,260 \text{ d}} = \mathbf{3,2\%}$$

Für Zeitangaben in Jahren gilt:

$$z = \frac{k \cdot p \cdot t}{100}$$

$$k = \frac{100 \cdot z}{p \cdot t}; \quad p = \frac{100 \cdot z}{k \cdot t}$$

$$t = \frac{100 \cdot z}{k \cdot p}$$

Für Zeitangaben in Tagen gilt:

$$z = \frac{k \cdot p \cdot t}{100 \cdot 360}$$

$$k = \frac{100 \cdot 360 \cdot z}{p \cdot t}; \quad p = \frac{100 \cdot 360 \cdot z}{k \cdot t}$$

$$t = \frac{100 \cdot 360 \cdot z}{k \cdot p}$$

z Zinsen in €

k Kapital in €

p Zinssatz in % pro Jahr

t Zeit in Jahren a oder Tagen d

Aufgaben

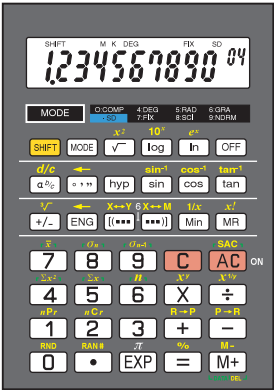
- Wie hoch sind die Zinsen für ein Kapital von 5 000,00 €, das bei einem Zinssatz von 7,5% für ein 3/4 Jahr angelegt wird?
- Wie hoch sind die Zinsen für ein Kapital von 2 500,00 € bei 5,5% für 3 Jahre, 5 Monate und 18 Tage?
- 800,00 € werden vom 18. 1. bis 21. 8. zu 4,5% ausgeliehen. Wie hoch ist der Zins?
- Ein Darlehen von 500,00 € wird nach 6 Monaten mit 510,00 € zurück erstattet. Wie hoch war der Zinssatz?
- Bei einem Zinssatz von 3,5% mussten 68,00 € Zinsen für die Zeit vom 1. 1. bis 15. 9. gezahlt werden. Wie hoch war das Darlehen?
- Ein Darlehen von 12 000,00 € wird für 2 Jahre zu einem Zinssatz von 8,2% aufgenommen. Welcher Betrag einschließlich der Zinsen muss bei Fälligkeit zurück gezahlt werden?
- Für ein Kapital von 14 600,00 € erhält man Zinsen in Höhe von 250,00 € bei einem Zinssatz von 6,5% ausgezahlt. Wie viele Tage war das Kapital angelegt?
- Für ein Darlehen von 5 000,00 € sind 225,00 € an Zinsen bei einem Zinssatz von 9% zu zahlen. Wie lange war die Laufzeit des Darlehens?
- Ein Kapital von 20 000,00 € wird zu einem Zinssatz von 8,8% für 3 Jahre fest angelegt, wobei die jährlichen Zinsen dem Kapital zugeschlagen werden. Berechnen Sie jeweils für die einzelnen Jahre die Zinsen und das Anwachsen des Grundkapitals.

Lösungen

281,25 € / 476,67 € / 21,40 € (214 Tage) / 4% / 2743,00 € (255 Tage) / 13 968,00 € / 95 Tage / 6 Monate / $z_1 = 1\,760,00$ € + $k_1 = 21\,760,00$ €; $z_2 = 1\,914,88$ € + $k_2 = 23\,674,88$ €; $z_3 = 2\,083,40$ € + $k_3 = 25\,758,28$ €

1.9 Rechnen mit dem Taschenrechner

Mit Hilfe von Taschenrechnern können Rechenoperationen einfach und schnell durchgeführt werden. Bei Taschenrechnern unterscheidet man Bedienfeld (= Eingabeteil) und Anzeigefeld (= Ausgabeteil). Die Ausstattung der Taschenrechner ist sehr unterschiedlich; ihre Bedienung muss entsprechend der Bedienungsanleitung erfolgen.



- Ein- und Ausschaltfunktion
Zifferntasten
Punktstaste für Dezimalzeichen
Tasten für Standardrechenoperationen
Ergebnistaste
Löschtasten
Speichertasten
Speicherwert abrufen
Funktionstasten
- ON – OFF
0 – 9

+ - × ÷

=
C AC
M M+ M- Min
MR
% +/- x² 1/x x^y √x
[(...)] sin cos tan π ...
SHIFT/INV/2nd aktiviert die Zweitbelegung der Tasten
MODE. In Verbindung mit einer weiteren Taste kann damit z.B. die Anzahl der Kommastellen festgelegt werden.
- Umschalttaste
Betriebsarten

*) 1.234567890⁰⁴ = 12345.67890
Exponent ⁰⁴: Kommastelle 4 Stellen nach rechts verschieben
1.234567890⁻⁰⁴ = 0.0001234567890
Exponent ⁻⁰⁴: Kommastelle 4 Stellen nach links verschieben

Beispiel	Tastenfolge	Ergebnis	Anmerkung
Werteingabe 345,76 0,48	345 . 76 . 48		Der Dezimalpunkt ersetzt das Komma. Die Null vor dem Komma muss nicht eingegeben werden.
Addition/Subtraktion 234,57 + 3,59 – 118,16 = ?	234.57 + 3.59 - 118.16 =	120	Das Ergebnis wird durch Betätigen der „=“-Taste ausgegeben.
Multiplizieren/Dividieren $\frac{24 \cdot 600 + 1200}{2 \cdot 25 \cdot 156} = ?$	24 × 600 + 1200 = 15 600 ÷ 2 ÷ 25 ÷ 156 =	2	Ist ein Zähler durch mehrere Faktoren im Nenner zu teilen, so ist bei jedem Teilen die ÷ Taste zu betätigen.
Klammerrechnung $\frac{7,5 + 9}{3} = ?$ $\frac{6 \cdot (11,4 - (6,2 - 2,8))}{32} = ?$	(7.5 + 9) ÷ 3 = 6 × (11.4 - (6.2 - 2.8)) ÷ 32 =	5.5 1.5	Die Klammerrechnung ist zu- erst auszuführen. Am Ende der Klammerrech- nung ist die Klammertaste so oft zu drücken, wie Klammern geöffnet wurden.
Prozentrechnung 15 % von 4500 = ? 2400 + 15 % von 2400	4500 × 15 SHIFT % 2400 × 15 SHIFT % +	675 2760	Die Prozenttaste bewirkt die Rechenoperation 1/100.

Beispiel	Tastenfolge	Ergebnis	Anmerkung
Kehrwert von 0,2	0.2 $\frac{1}{x}$	5	Die Kehrwerttaste errechnet, wie oft der betreffende Zahlenwert in Eins enthalten ist.
Potenzieren $\frac{\pi \cdot 16^2}{4} = ?$ $3^4 = ?$	$\pi \times 16 x^2 \div 4 =$ $3 x^n 4 =$	201.06193 81	x^2 bewirkt das Quadrieren ($x \cdot x$) der vorhergehenden Zifferneingabe. Mit der Taste x^y (sprich: x hoch y) kann jede Zahl mit einem beliebigen Faktor potenziert werden ($= x \cdot x \cdot x \cdot x \dots$).
Wurzelziehen $\sqrt{2025} = ?$ $\sqrt[3]{125} = ?$	2025 $\sqrt{x}$ 125 $\sqrt[3]{x}$	45 5	Die Funktionstaste $\sqrt{x}$ bewirkt die Rechenoperation Quadratwurzel aus dem Radikanden x. Die Funktionstaste $\sqrt[3]{x}$ bewirkt die Rechenoperation Kubikwurzel aus dem Radikanden x.
Speicherrechnung $254 : 4 + (3 - 12) - 8 \cdot 5 = ?$	$254 \div 4 M+$ $3 - 12 M+$ $8 \times 5 \text{ SHIFT } M-$ MR	14.5	Die Tasten M+/M- bewirken eine Addition/Subtraktion im Speicher. Die Taste MR bewirkt Speichervorgabe. Speicherlöschung ist durch die Eingabe von 0 oder durch Drücken von MC möglich.
Festwert speichern $17 \cdot 3 + 23 \cdot 3 - 40 \cdot 3 = ?$ Festwert = 3	$3 M_{in}$ $17 \times MR +$ $23 \times MR -$ $40 \times MR =$	0	Es kann jeder beliebige Zahlenwert in den Festwertspeicher durch Drücken der Funktionstaste M_{in} eingegeben werden. Mit der Funktionstaste MR kann der Zahlenwert für Rechenoperationen wieder abgerufen werden.

Aufgaben

1 Addieren und Subtrahieren

- a) $17\,432,5 - 28,24 + 148,3 - 198,31$

c) $0,078 - 1,003 + 18,47 - 9,368$

e) $-2,7 - (-9,08) + 0,016$
- b) $67,32 - 0,374 + 28,54 - 284,33$

d) $381,47 + 84\,391,3 - 0,793 - 5,84$

f) $-15,98 - 12,52 - (-17,4)$

2 Multiplizieren und Dividieren

- a) $\frac{26 \cdot 576}{78 \cdot 128}$

d) $\frac{16,59 \cdot 9,37 \cdot 18,5}{17 \cdot 8,02 \cdot 12,1}$
- b) $\frac{586 \cdot 34\,960 \cdot 79}{81 \cdot 42\,386 \cdot 17}$

e) $\frac{73,74 \cdot 52,913 \cdot 11,382}{6,1 \cdot 5,9 \cdot 2,4}$
- c) $\frac{6\,389,5 \cdot 17,49}{15 \cdot 46,02}$

f) $\frac{12,84 \cdot 0,09 \cdot 138,73}{19,8 \cdot 2,07 \cdot 17,6}$

3 Klammernaufgaben

- a) $4 \cdot 5,5 + 6 \cdot 7,5$ b) $4 \cdot (5,5 + 6) \cdot 7,5$
 c) $(4 \cdot 5,5 + 6) \cdot 7,5$ d) $4 \cdot (5,5 + 6 \cdot 7,5)$
 e) $(289 + 19) \cdot (17 + 133)$ f) $(344 + 276) \cdot (908 - 738)$
 g) $(48,3 - 12,9 + 73,7 - 3,42) \cdot (9,73 - 0,88 - 6,35 - 0,52)$ h) $(0,87 - 3,56) \cdot (13,41 - 0,93)$
 i) $(78,57 - 16,39) \cdot (27,46 - 23,15) \cdot (68,71 - 43,99)$ k) $(695,4 - 149,5) \cdot (537,6 - 48,2)$
 l) $(12,39 - 0,34) \cdot (0,97 + 0,74) \cdot (13,13 + 0,43) \cdot (34,12 - 23,49)$

4 Bruchrechnen

- a) $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5}$ b) $\frac{1}{15} \cdot 12 \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4}$ c) $\frac{1}{7} \cdot \frac{1}{2} \cdot 63 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{9}$
 d) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$ e) $\frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{7}$ f) $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{8} - \frac{1}{5} + 18$
 g) $\frac{1}{3+4+6+7}$ h) $\frac{1}{2+9+6+3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3}$ i) $\frac{1}{31+6-27} - \frac{1}{5} + \frac{1}{3}$

5 Potenzieren und Radizieren

- a) 13^2 b) 84^2 c) $0,19^2$ d) $8,74^2$
 e) 4^3 f) $45,5^3$ g) 131^3 h) $0,52^3$
 i) $\sqrt[3]{196}$ k) $\sqrt[3]{960400}$ l) $\sqrt[3]{6225,21}$ m) $\sqrt[3]{5112,25}$
 n) $\sqrt[3]{343}$ o) $\sqrt[3]{166375}$ p) $\sqrt[3]{0,027}$ q) $\sqrt[3]{7414,875}$

6 Kreisumfang und Kreisfläche

- a) $\pi \cdot 20$ b) $\pi \cdot 5,47$ c) $\pi \cdot 0,98$ d) $\pi \cdot 135,6$
 e) $\frac{\pi \cdot 15^2}{4}$ f) $\frac{\pi \cdot 1,5^2}{4}$ g) $\frac{\pi \cdot 12,8^2}{4}$ h) $\frac{\pi \cdot 0,52^2}{4}$

7 Gemischte Aufgaben

- a) $\varepsilon = \frac{327 + 43}{43}$ b) $s' = \frac{75}{9,3 - 1} - \frac{75}{9,5 - 1}$ c) $V_h = 48,85 \cdot (9,5 - 1)$
 d) $V_h = \frac{\pi \cdot 8,15^2}{4} \cdot 7,62$ e) $d = \sqrt{\frac{4 \cdot 44,1}{\pi}}$ f) $A = \frac{\pi \cdot 280^2}{4} - \frac{\pi \cdot 165^2}{4}$
 g) $A = \frac{\pi}{4} \cdot (225^2 - 150^2)$ h) $R = \frac{4,5 + 2,5}{4,5 \cdot 2,5}$ i) $l_1 = \frac{1,501725}{1 + 0,0000115 \cdot 100}$
 k) $l_2 = 79,95 \cdot (1 + 0,0000175 \cdot 180)$ l) $M_k = 2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (20^2 - 13^2) \cdot 18 \cdot 0,32 \cdot \frac{20 + 13}{4}$

8 Rechnen mit einer Konstanten

- a) $1,234 + 18$ $1,234 + 31,955$ $1,234 - 0,734$ $1,234 - 18,789$
 b) $\frac{\pi}{4} \cdot 25$ $\frac{\pi}{4} \cdot 64$ $\frac{\pi}{4} \cdot 6,25$ $\frac{\pi}{4} \cdot 144$
 c) $63 : 3,6$ $90 : 3,6$ $100 : 3,6$ $130 : 3,6$

9 Berechnen Sie den Prozentsatz.

- a) 30 von 150 b) 25 von 75 c) 80 von 120
 d) 68 von 750 e) 91,24 von 4 562 f) 1423,5 von 10950

10 Berechnen Sie den Prozentwert.

- a) 25% von 700 b) 40% von 200 c) 16% von 560
 d) 87% von 105 e) 2% von 288,45 f) 13% von 86,62

11 Berechnen Sie den vermehrten bzw. den verminderten Endwert.

- a) 350 vermehrt um 19% b) 32 vermehrt um 47% c) 1,5 vermehrt um 82%
 d) 160 vermindert um 15% e) 1,1 vermindert um 31% f) 0,84 vermindert um 90%